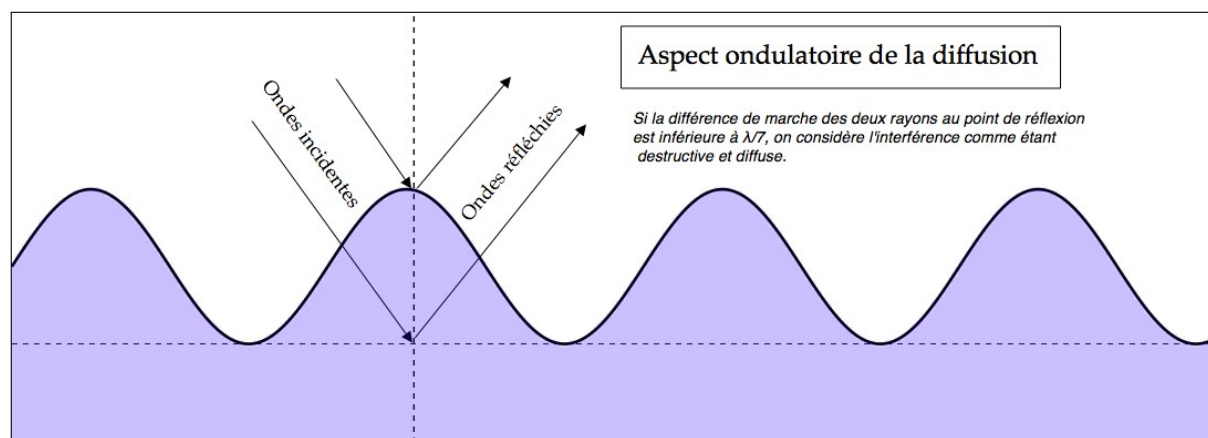


Réflexion diffuse ou spéculaire Loi de Rayleigh

de Frédéric Poirrier
Septembre 2009

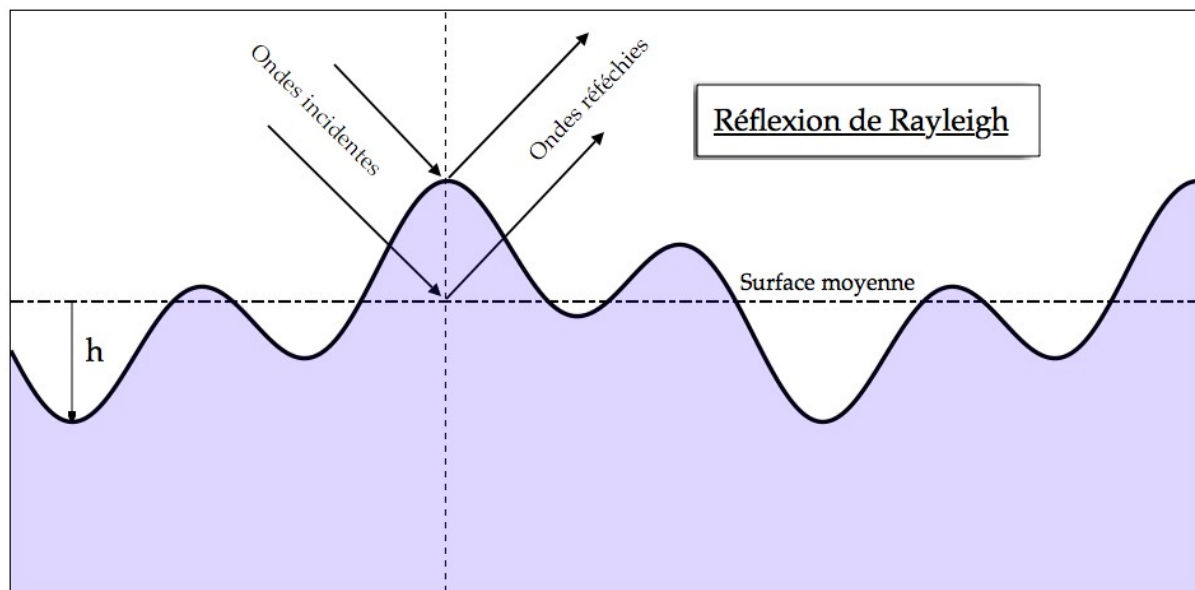
La présence d'éléments diffusants dans les salles musicales est assez ancienne et la relation entre la « qualité » de la salle et l'aspect diffusant de ses parois a été observé depuis plusieurs siècles. On connaît le rôle crucial de la diffusion dans l'acoustique d'une salle. Diffuser les ondes sonores permet de réduire la distorsion acoustique tout en conservant l'énergie bien souvent nécessaire à la pratique musicale. Par contre, les méthodes pour caractériser les surfaces diffusantes font encore aujourd'hui l'objet de recherche. La diffusion des ondes sonores faisant intervenir à la fois des phénomènes de réflexion, de réfraction, de diffraction et parfois même d'absorption, les phénomènes physiques intervenant dans la diffusion des ondes sont complexes et difficilement modélisables avec des outils mathématiques simples.

Cependant, on peut en tout premier lieu considérer la diffusion des ondes sonores de manière élémentaire par l'aspect ondulatoire : lorsque deux rayons incidents arrivent sur une surface irrégulière, on peut considérer que l'un se réfléchit au sommet d'une aspérité, et que l'autre dans un creux. Si leur différence de trajet aux points de réflexion est inférieure à un septième de la longueur d'onde, on considère alors que les rayons réfléchis interfèrent de façon constructive, sinon les rayons réfléchis interfèrent de manière destructive et diffusent.



Une autre approche assez similaire consiste à aborder la diffusion des ondes sonores par la loi de Rayleigh. Il s'agit pour une surface irrégulière, de définir un nombre sans dimension dont une

valeur critique caractérise la limite entre la réflexion spéculaire et la réflexion diffuse. On retrouve le nombre de Rayleigh dans de nombreux domaines de la physique. Par exemple, en mécanique des fluides, dans des phénomènes de transfert le nombre de Rayleigh détermine la limite entre conduction et convection.



Cette loi permet de caractériser une surface de réflexion irrégulière par son nombre de Rayleigh, noté R_a . Il dépend de l'angle d'incidence Θ , du nombre d'onde k et de la hauteur efficace des aspérités h :

$$R_a = 2kh \sin(\Theta)$$

h étant valeur efficace de la hauteur par rapport à la surface moyenne, représentant l'écart quadratique moyen de la hauteur des aspérités par rapport au plan moyen.

Le calcul de la valeur efficace de la hauteur h peut s'avérer délicat, mais pour les surfaces périodiques élémentaires (triangle, sinusoïdale...), il est relativement aisé.

Si y est une fonction périodique de x , la valeur efficace de la hauteur h se calcule d'après :

$$h = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T y^2(x) dx}$$

La nature de la réflexion contre une surface irrégulière se détermine d'après la valeur du nombre de Rayleigh:

- Si R_a est assez petit, la réflexion est spéculaire.
- Si $R_a \geq 1$, la réflexion est diffuse.

En posant $R_a \geq 1$ et en substituant le nombre d'onde k en fonction de la fréquence du signal f , pour une onde arrivant sur une surface de hauteur efficace h et sous un angle d'incidence θ , on trouve que la réflexion est diffuse si:

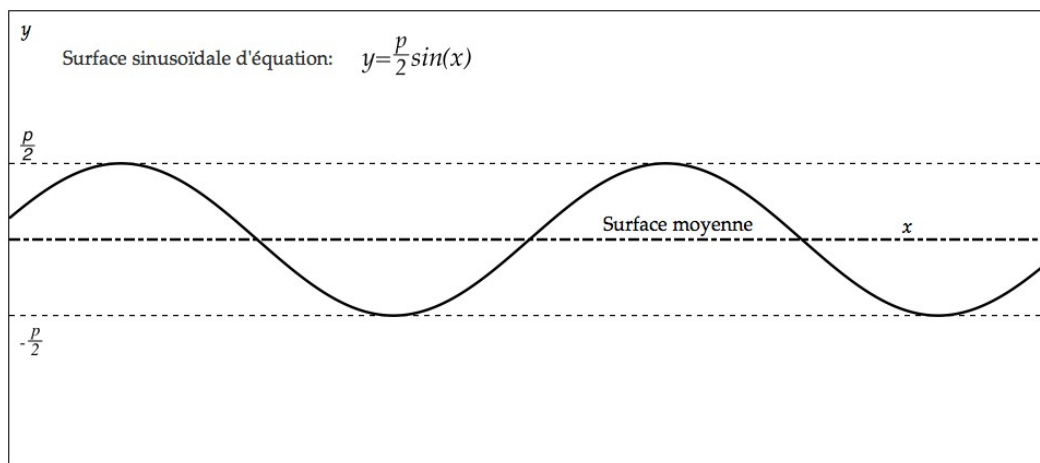
$$f \geq \frac{c}{4\pi h \sin(\theta)}$$

Par ailleurs, la loi de Rayleigh introduit le coefficient χ qui représente l'amplitude du **coefficient de réflexion réduit** par rapport au dioptré plan lisse. Ce coefficient χ s'exprime simplement en fonction du nombre de Rayleigh par:

$$\chi = e^{-2R_a^2}$$

Ce coefficient χ permet de déterminer l'amplitude relative de l'onde réfléchi par rapport à une réflexion qui se produirait sur surface plane. La réflexion pouvant être à la fois spéculaire et diffuse dans des proportions diverses.

Examinons maintenant un cas concret en prenant, par exemple, une réflexion se produisant contre une surface sinusoïdale périodique de profondeur p .



La première étape consiste à calculer la valeur efficace de la hauteur h en fonction de la profondeur p du motif. Pour cela, on procède à l'intégration sur une période de la fonction sinus carré:

$$h = \frac{p}{2} \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin^2(x) dx}$$

On trouve, après avoir substitué $\sin^2(x)$ par $\frac{1 - \cos(2x)}{2}$

$$h = \frac{p}{2\sqrt{2}}$$

Cette expression de h permet d'évaluer la fréquence à partir de laquelle la réflexion est de nature diffuse. On remplace h dans l'expression de f pour obtenir finalement:

$$f \geq \frac{c}{\pi p \sqrt{2} \sin(\Theta)}$$

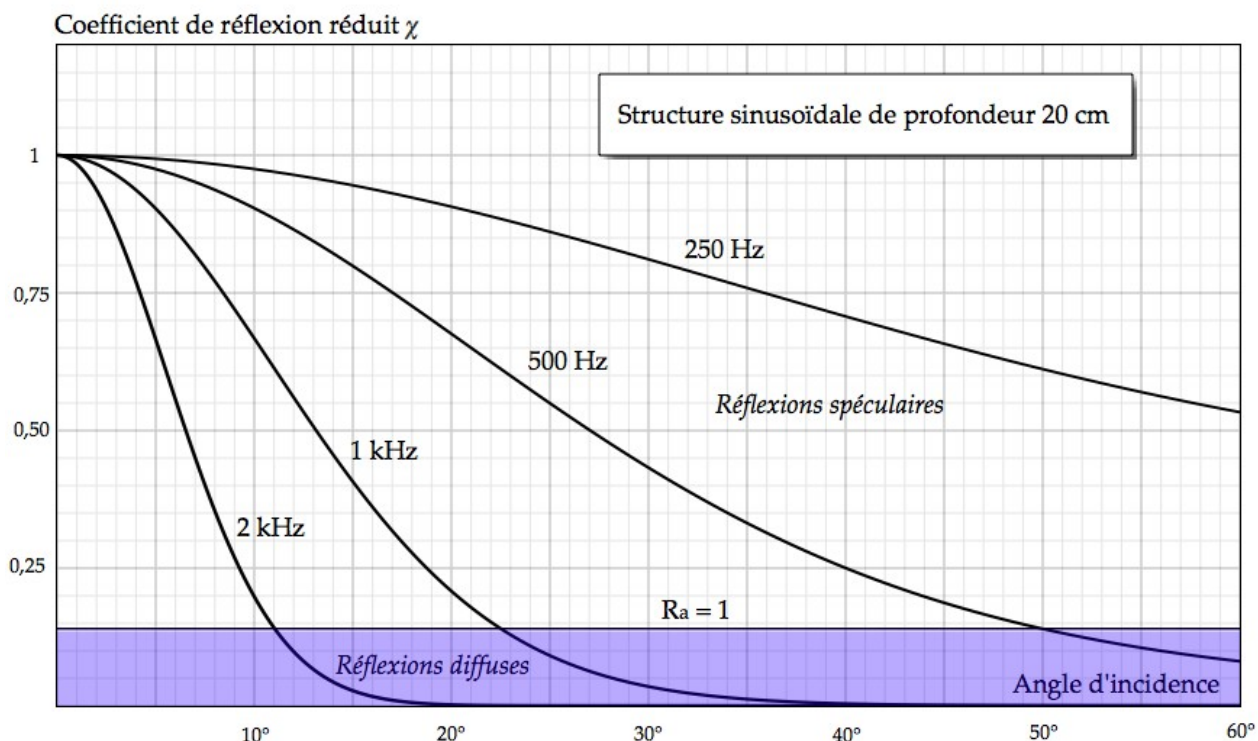
La relation ci-dessus montre que la diffusion est toujours favorisée lorsque la profondeur du motif et l'angle d'incidence sont importants.

Pour une profondeur de motif p de 0,20 m et pour une onde arrivant sous une incidence Θ de 45°, la diffusion est effective à partir de 540 Hz.

Il est aisé de construire le graphique donnant le coefficient de réflexion réduit χ en fonction de l'angle d'incidence Θ et pour plusieurs fréquences avec un logiciel capable de tracer des fonctions. La réflexion est diffuse lorsque le nombre de Rayleigh est inférieur à l'unité, c'est-à-dire pour :

$$\chi \leq e^{-2}$$

On obtient pour cette surface sinusoïdale, le graphique suivant :



Notons que pour $\theta = 0^\circ$, le coefficient χ est égal à l'unité. Le modèle de calcul considère toujours la réflexion comme étant spéculaire sous incidence normale. Dans la réalité, une surface irrégulière est capable de diffuser sous un angle nul. Cependant, les coefficients de dispersion et de diffusion mesurés sous incidence normale prennent une valeur significative qu'au-delà d'une certaine fréquence qui dépend de la profondeur du motif.

Enfin, il peut être utile de calculer le coefficient de réflexion réduit par rapport au dioptré plan lisse χ pour une incidence quelconque, cela afin de comparer ses coefficients χ avec les coefficients de dispersion et de diffusion normalisés figurant dans les tables pour une incidence aléatoire. Pour cela, il faut procéder au calcul de l'intégrale:

$$\chi_{\text{moy}} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \chi(\theta) d\theta$$

Compte tenu de l'expression de χ , une intégration numérique est fortement recommandée !

Pour une surface sinusoïdale de profondeur 20 cm, les résultats sous « incidence aléatoire » sont indiqués dans le tableau ci-dessous :

Fréquences (en Hz)	250	500	1 k	2 k
χ_{moy}	0,69	0,33	0,16	0,08

On s'aperçoit que la diffusion sous incidence quelconque se produit au-delà du kilohertz.

Néanmoins, en comparant χ avec les valeurs des coefficients de dispersion et de diffusion figurant dans les tables, ce résultat n'est que très grossièrement vérifié et les valeurs des coefficients de diffusion et dispersion mesurés révèlent pour de nombreuses surfaces que la diffusion sous un angle aléatoire se produit environ une octave plus bas que ne l'indique la loi de Rayleigh.

Maintenant, il ne vous reste plus qu'à chercher les valeurs efficaces de plusieurs structures diffusantes, cela afin de comparer leur efficacité dans la diffusion des ondes sonores. Je vous recommande vivement le calcul de la hauteur efficace d'un diffuseur de Schroeder à résidu quadratique sept puits. Le résultat est surprenant et montre évidemment les limites du modèle !

Biographies :

Acoustique des salles et sonorisation de Jacques Jouhaneau (Collection CNAM édition TEC & DOC)

Audio de Mario Rossi (presses polytechniques et universitaires Romandes)

Acoustic Absorbers and Diffusers, theory, design and application de Trevor J. Cox et Peter D'Antonio (édition Taylor & Francis Group)

Lien utile :

http://www.cstb.fr/fileadmin/documents/telechargements/Acoustique/Plaquette-diffusion-OK_BD.pdf