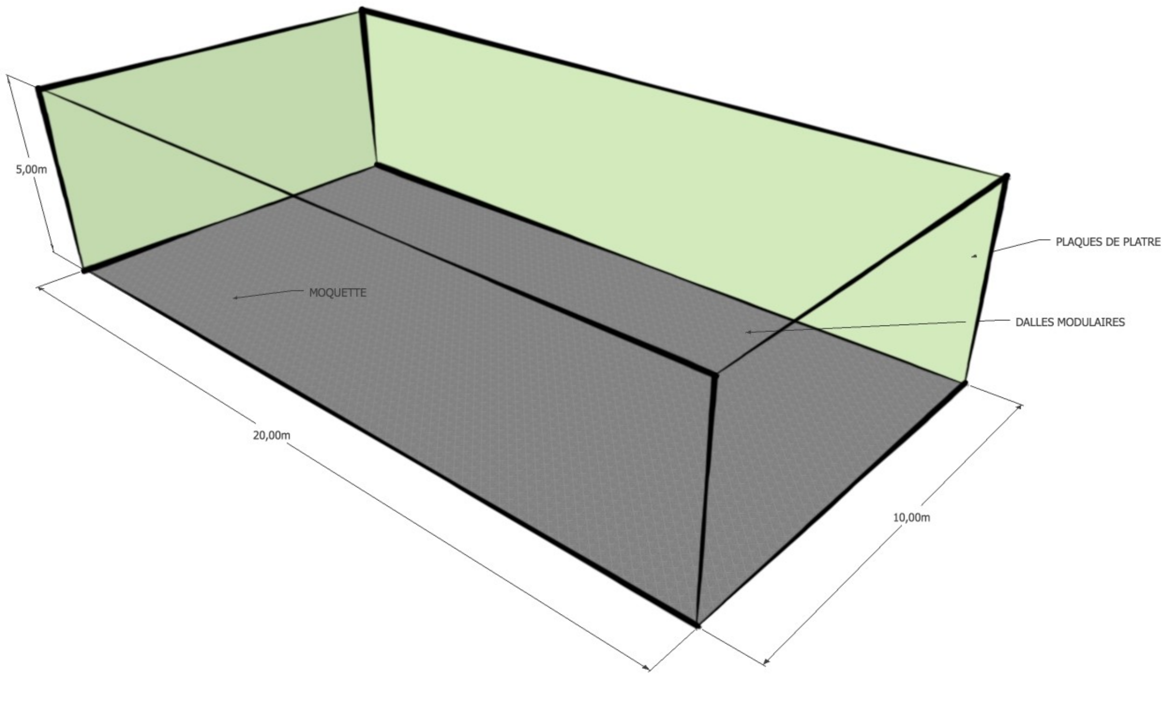
Temps de réverbération
Modèles de calcul

Frédéric Poirrier
Août 2013

Cet exposé est consacré aux différents modèles de calcul du temps de réverbération, tous issus de la théorie statistique de l'acoustique fondée sur l'hypothèse du champ diffus. On listera les formules courantes, en les illustrant à chaque fois par une application numérique simple. Pour finir, on compara succinctement les résultats obtenus.

Situation

Imaginons une situation assez banale en architecture des salles, c'est-à-dire un grand local de dimensions 20 x 10 x 5 m dont le sol est constitué de moquette et le plafond de dalles modulaires absorbantes. L'ensemble des murs est couvert de plaques de plâtre.



Le volume de la salle V vaut 1000 m^3 pour une superficie totale de parois S de 700 m^2.

Les coefficients d'absorption de Sabine des matériaux ainsi que les surfaces partielles sont indiqués dans la tableau ci-dessus.

Matériaux	Moquette	Dalles modulaires	Plaques de plâtre
Coefficient d'absorption de Sabine	0,30	0,70	0,05
Surfaces	200 m^2	200 m^2	300 m^2

Formules de calcul

- **Formule de Sabine**

  Rappelons que la formule de Sabine suppose le champ réverbéré parfaitement homogène, hypothèse d'autant mieux vérifiée pour les grandes salles réverbérantes.

$$TR = \frac{0{,}16\,V}{S\alpha}$$

  où α est le coefficient d'absorption moyen :

$$\alpha = \frac{1}{S}\Sigma S_i \alpha_i$$

  On a donc

$$\alpha = \frac{200 \times 0{,}30 + 200 \times 0{,}70 + 300 \times 0{,}05}{700} = \frac{215}{700} = 0{,}307$$

  Par application direct de la formule de Sabine avec V=1000 m^3 et S=700 m^2, il vient que :

$$TR = 0{,}74\ s$$

- **Formule d'Eyring**

Cette expression est préférée à celle de Sabine dès lors que le coefficient d'absorption moyen est important.

$$TR = \frac{0{,}16\, V}{S\alpha_{Ey}}$$

Avec $\alpha_{Ey} = -\ln(1-\alpha)$

Remarquons que lorsque $\alpha \rightarrow 0$, $\alpha_{Ey} \approx \alpha$ car $\ln(1-\alpha) \approx -\alpha$,

Les formules de Sabine et d'Eyring se confondent pour des coefficients d'absorption moyens relativement petits. En pratique, on applique indifféremment l'une ou l'autre des formules si le coefficient d'absorption moyen α est inférieur à 0,30 et 0,20 pour un calcul rigoureux.

L'application numérique donne alors :

$$\alpha_{Ey} = -\ln(1-0{,}307) = 0{,}367$$

d'où

$$TR = 0{,}62\ s$$

- **Formule de Millington**

La formule de Millington est parfois rencontrée dans la littérature sous la dénomination d'Eyring ou Eyring-Millington (hypothèse du rayon série).

$$TR = \frac{0{,}16\, V}{S\alpha_{Mi}}$$

$$\alpha_{Mi} = -\frac{1}{S} \Sigma S_i \ln(1-\alpha_i)$$

Ce modèle de calcul pose un problème dès lors que $\alpha_i \geq 1$ car le logarithme népérien n'est plus défini ! Pour remédier à cette singularité, on procède parfois à une pondération du coefficient d'absorption de Sabine du matériau.

On a :

$$\alpha_{Mi} = \frac{-200 \times ln(1-0,30) - 200 \times ln(1-0,7) - 300 \times ln(1-0,05)}{700} = 0,468$$

Soit

$$TR = 0,49\ s$$

- **Formule de Pujolle**

Les formules précédentes ont pris pour expression du libre parcours moyen (distance moyenne parcourue par l'onde entre deux réflexions successives) celle formulée par Jaeger :

$$l_m = \frac{4V}{S}$$

Pour les salles parallélépipédiques présentant une ou deux dimensions prépondérantes (cas de notre situation), Pujolle propose une nouvelle expression du libre parcours moyen :

$$l_m = \frac{1}{6}\left(\sqrt{L^2 + l^2} + \sqrt{L^2 + H^2} + \sqrt{H^2 + l^2}\right)$$

où L, l et H sont respectivement la longueur, la largeur et la hauteur de la pièce.

Le temps de réverbération selon Pugolle est :

$$TR = \frac{0,04\, l_m}{\alpha_{Ey}}$$

Avec L=20 m, l=10 m et H=5 m, il vient aisément que :

l_m=9,03 m

Comme $\alpha_{Ey}=0,367$

$$TR=0,98\ s$$

Notons qu'une seconde expression du libre parcours moyen est parfois préférée. Cette dernière résulte d'une étude des modes propagatifs dans un guide d'ondes à section rectangulaire.

$$l_m=\frac{1}{\sqrt{\pi}}(L^2 l^2+L^2 H^2+H^2 l^2)^{\frac{1}{4}}$$

- **Formule de Fitzroy**

Pour les salles parallélépipédiques dont les parois opposées ont une absorption similaire, Fitzroy définit trois TR Eyring virtuels correspondant à chaque paire de parois d'indices x, y et z.

$$TR_j=\frac{0,16\,V}{-S\,ln(1-\alpha_j)} \quad \text{j = x, y et z}$$

Puis, il postule que le TR résultant est la moyenne pondérée par les surfaces des paires de parois des TR_j

$$TR=\frac{1}{S}\Sigma(S_j TR_j)$$

Par convention, S_x, S_y et S_z sont respectivement les parois normales aux axes Ox, Oy et Oz.

Au final, le TR Fitzroy a pour expression :

$$TR=0,16\frac{V}{S^2}\left(\frac{-S_x}{ln(1-\alpha_x)}+\frac{-S_y}{ln(1-\alpha_y)}+\frac{-S_z}{ln(1-\alpha_z)}\right)$$

Dans notre exemple on a :

$S_x = 200\ m^2 \qquad S_y = 100\ m^2 \qquad S_z = 400\ m^2$

Les paires de parois x et y ont une absorption homogène d'où :

$$\alpha_x = 0{,}05 \qquad \alpha_y = 0{,}05$$

Pour la paire suivant z (sol et plafond), il est nécessaire de prendre la moyenne arithmétique des coefficients d'absorption 0,30 et 0,70 soit

$$\alpha_z = 0{,}50$$

L'application directe de la formule donne :

$$TR = 2{,}10\ s$$

- **Formule d'Arau-Puchades**

Pour une distribution plutôt asymétrique de l'absorption, on préférera le modèle d'Arau et Puchades qui reprennent l'idée des TR virtuels :

$$TR_j = \frac{0{,}16\,V}{-S\,ln(1-\alpha_j)} \quad \text{j = x , y et z}$$

Avec pour TR résultants :

$$TR = \Pi[TR_j]^{\frac{S_j}{S}}$$

Ou encore

$$TR = \left[\frac{0{,}16\,V}{-S\,ln(1-\alpha_x)}\right]^{\frac{S_x}{S}} \times \left[\frac{0{,}16\,V}{-S\,ln(1-\alpha_y)}\right]^{\frac{S_y}{S}} \times \left[\frac{0{,}16\,V}{-S\,ln(1-\alpha_z)}\right]^{\frac{S_z}{S}}$$

On a comme précédemment :

$$S_x = 200\ m^2 \qquad S_y = 100\ m^2 \qquad S_z = 400\ m^2$$

$$\alpha_x = 0{,}05 \qquad \alpha_y = 0{,}05 \qquad \alpha_z = 0{,}50$$

d'où

$$TR = 1{,}00\ s$$

- **Formule de Kuttruff**

Kuttruff suppose que les réflexions dans la pièce diffusent suivant la loi de Lambert. Il reprend la formule d'Eyring en introduisant la variance γ^2 du libre parcours moyen :

$$\alpha_{Kut}=\alpha_{Ey}(1-\frac{\gamma^2}{2}\alpha_{Ey})+\frac{\Sigma(1-\alpha_i)(\alpha-\alpha_i)S_i^2}{S^2(1-\alpha)^2}$$

Avec $\gamma^2 \approx 0,4$ pour une pièce rectangulaire

$$TR=\frac{0,16\,V}{S\alpha_{Kut}}$$

L'application numérique donne :

Au numérateur de la fraction

$$(1-0,05)(0,307-,05)200^2+(1-0,05)(0,307-0,05)100^2+(1-0,5)(,307-0,5)400^2=-3232,5$$

Au dénominateur

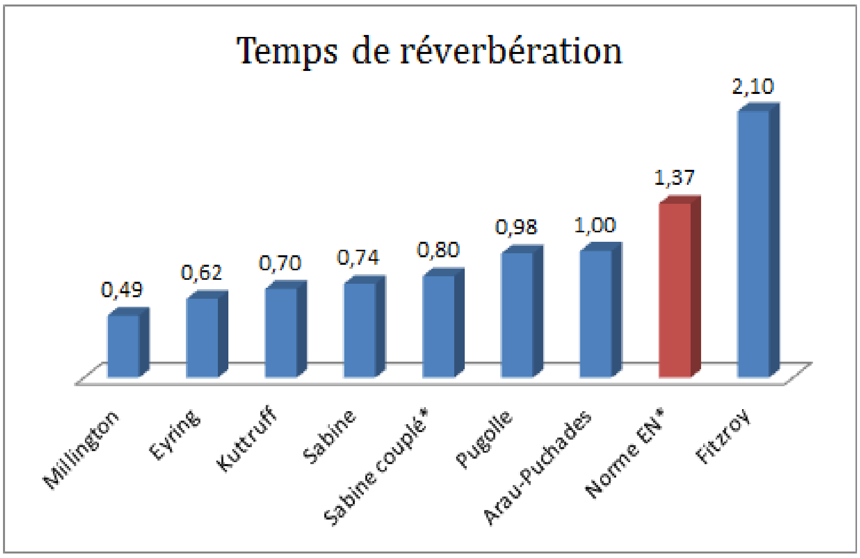
$$700^2\times(1-0,307)^2=235\,322,01$$

Avec $\alpha_{Ey}=0,367,$ il vient $\alpha_{Kut}=0,326:$

$$TR=0,70\ s$$

Conclusion

Le diagramme bâton ci-dessous résume le résultat avec les différents modes de calcul.
Ont été rajoutées deux modèles prédictifs. L'un prenant en compte un couplage double entre les deux volumes virtuels du local qui apparaît sous la dénomination de « Sabine-couplé » (voir aussi http://www.conseils-acoustique.com/images/articles/couplagettr.pdf). L'autre temps de réverbération, dont la bâton figure en rouge sur le diagramme, est estimé selon une méthode décrite dans une récente norme européenne.



N'oublions pas que tous ces modèles sont issus de la théorie statistique de l'acoustique fondée sur l'hypothèse du champ diffus. Dans notre exemple, cette condition n'est pas réalisée à cause, notamment, de l'hétérogénéité de l'absorption. Le sol et le plafond étant bien plus absorbants que le reste des parois. Cependant, le modèle issu de la norme européenne prend en compte les effets d'hétérogénéités et semble, dans notre situation, le plus réaliste.

Maintenant, le choix de la formule à des fins prédictives, se fera en fonction de la géométrie du local, de la disposition des matériaux absorbant, de leur nature ... et évidemment de l'expérience acquise par de nombreuses années de mesures et contre-mesures.

Bibliographies :
Acoustique des salles et sonorisation de Jacques Jouhaneau (Collection CNAM édition TEC & DOC).
Acoustique des salles et sonorisation exercices et problèmes résolus de Jacques Jouhaneau (Collection CNAM édition TEC & DOC).
The average absorption coefficient for enclosed spaces with non uniformly distributed absorption de J.Ducourneau et V. Planeau (www.sciencedirect.com)
Prediction and Evaluation of RT Design Criteria (PDF), de Jonathan Sheaffer.